

Alexander Odefey (Hrsg.)

»Zur Historie der
Mathematischen Wissenschaften«

Beiträge zur Geschichte der Mathematik, der
Naturwissenschaften und der Technik

Festschrift für Karin Reich zum 65. Geburtstag

Diepholz · Stuttgart · Berlin 2009

Verlag für Geschichte
der Naturwissenschaften und der Technik

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

Umschlag: Ansicht von Hamburg, aus Stanislaw Lubienieckis *Theatrum Cometicum*, Amsterdam 1666–1668, 1. Teil; Kupferstich (Ausschnitt), gezeichnet von Martin Winterstein, gestochen von Stoopendael.

Vordere Umschlagseite: Über der Stadt ist der Komet von 1665 eingezeichnet mit einer Verbindungslinie zu dem Haus, in dem Lubieniecki damals wohnte (»Domus Authoris«). Darüber, in der Ecke des Bildes, sind die Entwicklungsstufen des Kometen dargestellt.

ISBN 978-3-928186-80-3

Printed in Germany. Alle Rechte vorbehalten.

Inhaltsverzeichnis

Alexander Odefey

Vorwort	7
Karin Reich – Wissenschaftliche Biographie	10
Karin Reich – Publikationen	11

Gabriele Wickel

Der Wolfsknochen – Ein Exponat zur Geschichte der Mathematik im „Mathematikum“	19
---	----

Heidi Tauber

Buchstaben – Zahlen und Wort – Zahlenmystik in der Antike.....	33
--	----

Catrin Pieri

Mathematische Gratulationen – Die Hochzeitsschriften des Rechenmeisters Hans Jakob Seehusen	47
--	----

Jürgen Kühn

„Würdigste und Theuerste Mutter“ – Zur Einschätzung der Mathematik und des Rechnens in der Bevölkerung	59
---	----

Jürgen Gottschalk

Johann Beckmann – Ein Gelehrter an der Universität Göttingen in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts	67
--	----

Henning Krause

Biografisches zum Gießener Physiker und Mathematiker Georg Gottlieb Schmidt (1768–1837).....	81
---	----

Wolfgang Lange

Johann Friedrich Benzenberg – Von Hamburg aus gesehen	99
---	----

Jürgen W. Koch

Einige weitere Briefe von, an und über Johann Georg Repsold	117
---	-----

Bernd Wolfram

Über den Briefwechsel von W. Sartorius v. Waltershausen und J. B. Listing mit C. F. Gauß	135
---	-----

Inhaltsverzeichnis

Alexander Odefey

Humboldt, Gauß und Dirichlet begegnen Mendelssohn, Zelter
und Chopin – Die Berliner Naturforscherversammlung von 1828
sub specie musicae 145

Hans-Joachim Höppner

Cassinische Ovale und Poincarésche Grenzyklen –
Eine spekulative Rekonstruktion 205

Uta Hartmann

Ein Abriß der anfänglichen Entwicklung der Funktionentheorie
mehrerer komplexer Veränderlichen 215

Katrin Cura

„Fauler Heinz“ und ausgestopfte Reptilien – Das erste
alchemistische Laboratorium am Deutschen Museum von 1906 227

Torsten Rütting

Erkenntnisse der Biologie des Körpers „auch“ für Damen,
Poeten und Naturwissenschaftshistoriker – Die Rezeption
und das Erbe Jakob von Uexkülls 245

Barbara Dufner

Den Himmel fest im Blick – Über Leben und Werk
des Astrooptikers Bernhard Schmidt 263

Christine Lehmann

Der Zahlendolch 277

Die Autoren der Beiträge 293

Personenregister 297

Vorwort

„... so ist nichts in der Welt, dabey die Mathematick nicht könnte angebracht werden.“ In diesen Worten aus dem 1716 in Leipzig erschienenen *Mathematischen Lexicon* von Christian Wolff (1679–1754) findet sich die Quintessenz seiner Auffassung vom Wesen der Mathematik: Er sieht in ihr und speziell in der ihr eigenen Methode, ausgehend von Definitionen über Axiome, Sätze und Beweise zu unwiderlegbaren Erkenntnissen zu gelangen, das Fundament jeder wissenschaftlichen Betätigung. Wolff, der 1706 die neu eingerichtete Professur für Mathematik an der Universität Halle übernommen hatte, behandelt in seinem *Lexicon* wie schon in den kurz zuvor veröffentlichten *Elementa matheseos universae* (Halle 1713/15) die gesamte Breite der damaligen mathematischen Wissenschaften, darunter Mechanik, Hydrostatik, Optik, Astronomie, Geographie, Chronologie und Architektur.

Wer die Gelegenheit hatte, Karin Reichs Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik an der Universität Hamburg zu besuchen, wird manche Übereinstimmungen mit Wolffs Darstellung bestätigen können, etwa ihre sorgfältig geführten Argumentationen und ihre Berücksichtigung nicht nur einer Vielzahl von Aspekten der (eigentlichen) Mathematik, sondern auch zahlreicher Anwendungen. Mehr noch: Ihr viersemestriger Vorlesungszyklus bot zugleich eine umfassende kulturgeschichtliche Einbettung der Mathematik, wenn beispielsweise im dem Orient gewidmeten zweiten Teil auch die Strukturen des Sanskrit sowie der chinesischen und arabischen Sprache oder das faszinierende Zusammenleben von Arabern, Juden und Christen im mittelalterlichen Spanien (Cordoba, Sevilla, Toledo) dargestellt wurden. Und nicht minder aufschlußreich waren im dritten Teil ihre Ausführungen über die Beziehungen Michael Stifels zu Martin Luther und Philipp Melanchthon oder über die Entstehung und Entwicklung des europäischen Universitätswesens. Es ließe sich leicht eine ganze Reihe weiterer eindrucksvoller Merkmale der Vorlesungen von Karin Reich anführen, doch sei hier ergänzend noch an einige der von ihr angebotenen Seminare erinnert. Darunter finden sich neben den regelmäßigen, die vier Vorlesungsteile begleitenden auch immer wieder solche mit speziellen Themen, welche die Geschichte der Mathematik oder ihr nahestehender Gebiete aus ganz unterschiedlichen Perspektiven beleuchten; zum Beispiel in den vergangenen Jahren: „Enzyklopädien und Enzyklopädismus: von Isidorus von Sevilla bis zu Brockhaus“, „Geschichte der Informatik“, „Gauß als Naturwissenschaftler“, „Die mathematischen Wissenschaften im Zeitalter der Aufklärung: Leonhard Euler und sein Umfeld“, „Mathematikgeschichte hautnah: Oral History am Beispiel der jüngsten Entwicklungen in der Mathematik an der Universität Hamburg“.

Nicht unerwähnt bleiben dürfen schließlich mehrere von Karin Reich liebevoll organisierte wissenschaftshistorische Exkursionen und – last, but not least – die von Fürsorge, Verständnis und großer Herzlichkeit geprägte Betreuung ihrer Studenten, Doktoranden und Mitarbeiter.

Um noch einmal auf das *Mathematische Lexicon* von Christian Wolff zurückzukommen: Das Titelblatt nennt neben der Aufgabe des Werkes, „die in allen Theilen der Mathematick üblichen Kunst-Wörter“ zu erklären, als ein weiteres Anliegen ausdrücklich, „zur Historie der Mathematischen Wissenschaften dienliche Nachrichten“ zu erteilen. Ihm hierin zu folgen ist auch das Ziel des vorliegenden Bandes. Diese Festschrift, die Karin Reich zu ihrem 65. Geburtstag am 13. Oktober 2006 überreicht wurde und die nun im Druck erscheint, vereint Beiträge ihrer ehemaligen und aktuellen Doktorandinnen und Doktoranden sowie der Mitarbeiter und Freunde ihres Institutes an der Hamburger Universität. In Übereinstimmung mit dem breiten Spektrum ihrer Forschungen umfaßt der Band Aufsätze aus der Geschichte der Mathematik sowie der Physik-, Chemie-, Biologie- und Technikgeschichte.¹ Nicht minder weit gefaßt ist dabei der zeitliche Rahmen: Er erstreckt sich von der Altsteinzeit über die Antike bis ins 20. Jahrhundert, wobei die Zeit zwischen 1750 und 1850 einen gewissen Schwerpunkt bildet. So erscheint in gut einem Drittel der hier vorgelegten Untersuchungen der Name des „princeps mathematicorum“ Carl Friedrich Gauß, dessen Leben und Schaffen zu den zentralen Forschungsgebieten von Karin Reich gehören. Menso Folkerts rechnet sie in seiner Würdigung (in der von Gudrun Wolfschmidt herausgegebenen anderen Festschrift) explizit zu den kompetentesten Gauß-Forschern.² Es seien deshalb hier abschließend Worte aus einem Brief des großen Mathematikers an Caroline Herschel vom September 1825 zitiert, die auch an Karin Reich gerichtet sein könnten. Gauß schrieb: „Ich kann gar nicht aussprechen, wie glücklich mich die persönliche Bekanntschaft mit einer Frau gemacht hat, deren seltner Eifer und hervorragende Begabung für die Wissenschaft mit gleicher Liebenswürdigkeit des Charakters gepaart sind [...].“

1 Eine Ausnahme besonderer Art bildet der letzte Beitrag: Christine Lehmann, promovierte Literaturwissenschaftlerin und erfolgreiche Romanautorin, hat aus freundschaftlicher Verbundenheit mit Karin Reich für diese Festschrift den mathematischen Kurzkrimi *Der Zahlendolch* geschrieben, in dem nicht nur das Hamburger Institut für Geschichte der Naturwissenschaften, Mathematik und Technik den Ort des Geschehens abgibt, sondern auch die Jubilarin persönlich erscheint.

2 Menso Folkerts: *Karin Reich 65 Jahre*, in: Gudrun Wolfschmidt (Hrsg.): „Es gibt für Könige keinen besonderen Weg zur Geometrie“. Festschrift für Karin Reich (Algorismus, Heft 60), München 2007, S. 14–18, hier S. 17.

Der vorliegende Band hätte ohne die Mitwirkung verschiedener Helfer und Förderer nicht in dieser Form erscheinen können. Mein Dank gilt zunächst Herrn Reinald Schröder für die freundliche Bereitschaft, die Festschrift in seinem Verlag zu publizieren, und für die angenehme und reibungslose Zusammenarbeit. Herzlich gedankt sei auch der *Hans Schimank-Gedächtnis-Stiftung*, Hamburg und der *ATTO-LAB GmbH*, Lübeck für die Finanzierung der Drucklegung. Für lebenswürdige Unterstützung, insbesondere bei der Bearbeitung der Abbildungen, danke ich Jenny Mumm, Catrin Pieri und Wolfgang Lange.³ Schließlich sei auch noch einmal allen Autorinnen und Autoren für ihre Beiträge und die spontane Begeisterung für das Projekt dieser Festschrift gedankt.

Alexander Odefey

Leseprobe

3 Wolfgang Lange stellte freundlicherwise auch die Photographien von Karin Reich auf den S. 1 und 12–13 zur Verfügung.

Der Wolfsknochen – Ein Exponat zur Geschichte der Mathematik im „Mathematikum“¹

„Nimm allem die Zahl und alles zerfällt.“

Isidor von Sevilla

1 Einleitung

1.1 Ein mathematikhistorisches Exponat

Daß die Mathematikgeschichte eine wertvolle Bereicherung des Mathematikunterrichts sein kann, ist sowohl in den Erziehungswissenschaften als auch in der Mathematikdidaktik unbestritten. Eine Möglichkeit, die anderen Unterrichtsfächern zur Bereicherung des herkömmlichen Unterrichts offen steht, gestaltet sich für das Fach Mathematik schwierig, nämlich der Besuch eines außerschulischen Lernortes.

Im folgenden Beitrag soll gezeigt werden, wie das „Mathematikum“ als außerschulischer Lernort Möglichkeiten einer neuen Herangehensweise an die Mathematik bietet, so daß das „Horrorfach“ Mathematik durch die aufbauenden Erfahrungen im Museum eine neue positive Besetzung erhalten kann. Außerdem soll ein neues Exponat des „Mathematikums“ aus seinem wissenschaftlichen und historischen Kontext heraus vorgestellt werden, das als die älteste Zahldarstellung Europas präsentiert wird und somit ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik im „Mathematikum“ ist.

1.2 Das „Mathematikum“ – „Mathematik zum Anfassen“

Das „Mathematikum“ ist das erste und einzige mathematische Mitmachmuseum der Welt und wurde im November 2002 durch den Bundespräsidenten Johannes Rau eröffnet. Die Grundidee dieses Museums ist es, „Mathematik für alle“, also unabhängig von Alter, Bildungsstand oder Geschlecht, zu präsentieren. Die Idee, die hinter der Ausstellung steht, geht auf ein im Jahr 1993 von dem Gießener Mathematikprofessor Albrecht Beutelspacher gehaltenes Seminar mit dem Titel „Geometrische Modelle“ zurück, wobei die erstellten Modelle 1994 im Rahmen einer kleinen Ausstellung unter dem Titel „Mathematik zum Anfassen“ an der

1 Die folgenden Recherchen sind während eines Praktikums im „Mathematikum“ entstanden. Auf ihrer Basis wurde ein Gipsabdruck des Wolfsknochens für das „Mathematikum“ erworben; er ist seit Februar 2006 Teil der ständigen Ausstellung im „Mathematikum“ (Gießen).

Universität Gießen präsentiert wurden. Durch das Engagement von Albrecht Beutelspacher und seinen Studierenden konnten schließlich in den folgenden Jahren weitere Exponate neu angefertigt und in Deutschland und Europa gezeigt werden. 2002 wurde die hundertste Ausstellung „Mathematik zum Anfassen“ eröffnet; neben der Dauerausstellung im „Mathematikum“ ist auch die Wanderausstellung noch immer mit großem Erfolg unterwegs. Das Motto der Wanderausstellung „Mathematik zum Anfassen“ liegt auch der ständigen Ausstellung im „Mathematikum“ zugrunde.²

Betrachtet man die Landschaft außerschulischer Lernorte, so wird schnell deutlich, daß sich die eigentlich herrschende Balance von Instruktion durch einen Lehrer oder Museumsbegleiter und eigener Konstruktion durch die Schülerinnen und Schüler oder die Besucher insgesamt im allgemeinen zu der ersten Seite neigt und die Besucher(innen) nur wenig Möglichkeiten zu einer eigenaktiven Auseinandersetzung mit den Exponaten haben.

Um diese Balance, die sich auch im Mathematikunterricht meist zur Seite der Instruktion neigt, auszugleichen oder vielleicht sogar in die andere Richtung zu wenden, verfolgt das „Mathematikum“ als „Science Center“ einen radikal anderen Ansatz, den Beutelspacher in Anlehnung an Pestalozzi³ mit der „hands-on“- „minds-on“- und „hearts-on“-Formel beschreibt. Die Exponate sind dabei keine Ausstellungsstücke, sondern sie sind Experimente, die die Besucher(innen) auffordern, das Experiment allein oder in einer Gruppe durchzuführen und spielerisch aktiv zu werden. Allein schon dieser „hands-on“-Aspekt macht den Besucher(innen) Spaß. Gleichzeitig setzt aber auch bei der Durchführung der Experimente der „minds-on“-Aspekt ein. Die Frage nach der Funktionsweise des Experiments, nach dem Warum wird formuliert und häufig, so ergeben es jedenfalls die Besucherbeobachtungen, gemeinsam von Besuchern qualitativ beantwortet. Hier wird das Museum in jedem Fall zum Ort der Interaktion und bestenfalls zum Ort der Konstruktion von Wissen. Daß dieses Wissen nicht in formalen mathematischen Theorien besteht, ist selbstverständlich, aber es ist Wissen, auf das in späteren Lernsituationen zurückgegriffen werden kann. Eng mit der Idee der eigenaktiven Konstruktion ist der Gedanke „hearts-on“ verbunden, den Beutelspacher unter der Maxime zusammenfaßt, daß die Besucher das „Mathematikum“ glücklicher verlassen, als sie es betreten haben.⁴

2 Vgl. Beutelspacher 2003, S. 7f.

3 Pestalozzi (1746–1827) formulierte den Grundsatz, daß Lernen mit Kopf, Herz und Hand geschehen muß.

4 Vgl. Beutelspacher o. J., o. S.

1.3 Die Experimente – Exponate des „Mathematikums“ und die Geschichte der Mathematik

Die Exponate des „Mathematikum“ sind in ihrer Funktion als Experimente anwendungsbezogener und praktischer Natur. Sie laden die Besucher(innen) zur aktiven Auseinandersetzung ein und haben oftmals einen physikalischen oder technischen Hintergrund. Aber es gibt auch Experimente, die eine ideengeschichtliche oder philosophische Dimension haben und die Besucher(innen) auf eine andere Art zu Fragen anregen. Die „Leonardobrücke“ und der „Leonardo-Mann“ beispielsweise verweisen auf Leonardo da Vinci und geben eine Möglichkeit, den berühmten Künstler als Universalgelehrten begreifbar zu machen. Gleichzeitig kann man an dem „Leonardo-Mann“ auch das Verhältnis des Goldenen Schnitts nachvollziehen und die eigenen Proportionen in der „Divina Proportion“ wiederfinden. Zum Goldenen Schnitt gibt es verschiedene weitere Experimente, die diesen in unterschiedlichen Facetten beleuchten (Fibonacci-Folge, Körpermaße, Penrose-Puzzle, Naturphänomene, etc.). Bei anderen Experimenten zur Kodierungstheorie, zum Satz des Pythagoras oder zu Pi werden ebenfalls historische Konnotationen implizit vorausgesetzt, wobei aber der Experiment-Charakter stets im Vordergrund steht.

Eine zentrale Idee der Mathematik ist die Idee des Zählens. Im „Mathematikum“ verknüpfen die Experimente zur Verhältniszahl Pi Geometrie und Zahlenverständnis. Das Experiment zum Bevölkerungswachstum verknüpft die Zahlenebene mit der Exponentialfunktion, und das Experiment zu den „Zahlen am Menschen“ macht darauf aufmerksam, daß die gesamte Lebenswirklichkeit des Menschen von Zahlen unterschiedlichster Art geprägt ist.

Zur Ergänzung der bereits vorhandenen Exponate sollte nun ein neues Exponat gefunden werden, das die älteste Zahldarstellung des Menschen symbolisiert, also der Idee des Zählens in der Geschichte der Menschheit plastisch Ausdruck geben kann. Um die Dimensionen der Zahlen in der Menschheitsgeschichte deutlich zu machen, soll versucht werden, nach einigen Bemerkungen über die Entwicklungsgeschichte der Menschen die ältesten überlieferten Artefakte mit mathematischer Konnotation, die aus der Steinzeit stammen, in einen Zusammenhang zu bringen. Dabei soll auch das neue Exponat des „Mathematikums“, der Gipsabdruck des Wolfsknochens von Dolní Věstonice, beschrieben werden.

2 Die Steinzeit und steinzeitliche Funde

Um einen Begriff von der Entwicklungsgeschichte und Entwicklungsdauer des Menschen zu erhalten und um die Funde mit mathematischer Konnotation zeitlich einordnen zu können, scheint es sinnvoll, die Epoche der Steinzeit kurz zu beschreiben.

Als Steinzeit wird die älteste und längste Epoche der Menschheitsgeschichte bezeichnet. Die Epoche begann mit der Produktion von Steinwerkzeugen vor ca. 2,5

Millionen Jahren und dauerte bis zum ersten Gebrauch von Metall etwa 4000 v. Chr. Im allgemeinen unterteilt man die Steinzeit in die Altsteinzeit (Paläolithikum), die Mittlere Steinzeit (Mesolithikum) und die Jungsteinzeit (Neolithikum). Das Paläolithikum wird noch in das Altpaläolithikum (2,5 Millionen bis 200 000 v. Chr.), das Mittelpaläolithikum (200 000 bis 35 000 v. Chr.) und das Jungpaläolithikum (35 000 vor heute bis 8500 v. Chr.) eingeteilt.

Am Beginn der Menschwerdung stehen der heutigen Forschung nach die Australopithecien, die den Hominiden zugerechnet werden, aber noch keine Steinwerkzeuge herstellten. Der älteste Fund dieser Art, der *Australopithecus africanus*, wurde 1924 in einem Kalksteinbruch bei Taung, ca. 320 km südwestlich von Johannesburg, gemacht. Die Schädelfragmente zeigen eine Verbindung von Affe und Mensch. Obwohl es in Afrika noch weitere Funde von Australopithecien gibt und geschlossen werden kann, daß die Linie dieser Art etwa vor 1 Million Jahren ausgelaufen ist, fällt es schwer, aufgrund der wenigen Funde die Trennung vom *Australopithecus* zur Linie *Homo*, die sich etwa zwischen 3 und 2,5 Millionen Jahren vollzogen haben muß, festzustellen.⁵

2.1 Der *Homo erectus*

Als älteste Form des Menschen wird der *Homo habilis* angesehen, der vor 2,3 bis 1,5 Millionen Jahren einfachste Steingeräte aus Geröll fertigte und damit das wichtigste Kriterium der Kulturfähigkeit erlangte. Der *Homo ergaster*, als eine Variante des *Homo habilis*, kann auch als eine frühe Variante des *Homo erectus* aufgefaßt werden und existierte vor etwa 1,8 Millionen Jahren. Der bedeutendste Fund dazu wurde in Nariokotome (Kenia) gemacht.⁶

Eine der am intensivsten diskutierten Forschungsfragen ist, wann und auf welche Weise der *Homo erectus* Afrika verlassen hat und nach Asien und Europa gezogen ist und sich damit in der Welt ausgebreitet hat. Bedeutende Funde, die dem *Homo erectus* zugeschrieben werden, wurden beispielsweise in Java gemacht und werden auf ein Alter von 1,8 bis 1,7 Millionen Jahren datiert. Andere, etwas jüngere Funde wurden im Jordantal und in Georgien entdeckt, wobei die jüngsten Ausgrabungen auch in diesem Forschungsfeld immer wieder neue Erkenntnisse hervorbringen. Funde des *Homo erectus* gibt es auch in Europa, aber ihr Alter ist teilweise umstritten, wie beispielsweise die Funde aus der Region Orce in Nordspanien. Der bisher älteste Fund in Deutschland ergab sich 1907 in Mauer in der Nähe von Heidelberg. Der dort ausgegrabene Unterkiefer wird der Art *Homo erectus* zugeschrieben und sein Alter wird mit 600 000 Jahren angegeben.⁷ Andere bedeutende

5 Vgl. Freeden und Schnurbein 2002, S. 62.

6 Vgl. ebd., S. 63.

7 Vgl. ebd., S. 64.

und umfangreichere Funde von Überresten des Homo erectus und zahlreichen Steinwerkzeugen wurden im thüringischen Bilzingsleben (370 000 Jahre alt) und in Schöningen (Harzvorland; 400 000 Jahre alt) gemacht. Diese Funde haben deutlich gezeigt, daß der Homo erectus mit Hilfe von Wurfspeeren auch Jagd auf Großwild betrieben hat. Weiterhin kann geschlossen werden, daß die Jagd gemeinschaftlich durchgeführt wurde und dementsprechend auch ein Kommunikationssystem existiert haben muß, um die einzelnen Tätigkeiten während der Jagd abzustimmen. Die kontrollierte Beherrschung des Feuers, die Werkzeugfunde und die Funde von Jagdwaffen zur Großwildjagd machen deutlich, daß die Kulturfähigkeit des Menschen vor etwa 400 000 Jahren als sehr komplex eingeschätzt werden kann.⁸

2.2 Der Neandertaler

In neuesten Forschungen im Neandertal bei Düsseldorf wurde der Schutt der ersten Grabung von 1856 gefunden und noch einmal genau untersucht. Dabei konnten noch 20 menschliche Knochenfragmente, Steinartefakte und Jagdbeutereste gefunden werden, so daß der mindestens 40 000 Jahre alte namensgebende Fund beträchtlich erweitert werden konnte. Der Neandertaler grenzt sich unter anderem anatomisch von früheren und späteren Funden durch seine Überaugenwülste, die flache Stirn und das spitze Gesicht ab. Nach der Entdeckung des ersten Neandertalers folgten weitere Funde in ganz Europa. Diese führten zu dem Ergebnis, daß der klassische Neandertaler im ersten Teil der letzten Kaltzeit vor ca. 100 000 bis 40 000 Jahren die einzige für Mitteleuropa nachgewiesene Menschenform ist. Die Übergänge vom Homo erectus zum Neandertaler können allerdings nur erahnt werden, da nur wenige Funde existieren,⁹ bei denen diskutiert wird, ob sie als Zwischenform betrachtet werden können.¹⁰

Bei der Untersuchung der bisherigen Funde kann zusammenfassend festgestellt werden, daß der Neandertaler eine positivere Einschätzung seiner intellektuellen und kulturellen Leistungen verdient. Wie bereits für den Homo erectus gezeigt wurde, können auch die Neandertaler als aktive Großwildjäger betrachtet werden. Für die letzte Kaltzeit ergeben sich sogar archäologische Hinweise auf eine spezialisierte Jagd. An einem in der Osteifel gefundenen Feuersteinschaber läßt sich nachweisen, daß er aus über 100 Kilometer Entfernung mitgebracht worden ist. Neben der Herstellung vielfältiger Steinwerkzeuge läßt sich auch die Herstellung

8 Vgl. ebd., S. 66–70.

9 Z. B. berichtet der Paläontologe Sileshi Semaw (USA) am 24. März 2006 über den Fund eines hunderttausend Jahre alten Schädels, der eventuell als „missing link“ zwischen dem Homo erectus und dem modernen Menschen betrachtet werden kann (vgl. Semaw 2006).

10 Vgl. Freeden und Schnurbein 2002, S. 71f.

einfacher Knochengерäte oder einzelner Schmuckstücke belegen.¹¹ Einige Fundplätze verraten uns noch weitere aufschlußreiche Tatsachen zum Leben der Neandertaler. Besonders das 1908 bei Le Moustier in der Dordogne (Frankreich) entdeckte Grab eines jugendlichen Neandertalers liefert uns interessante Hinweise auf die geistigen Fähigkeiten der Neandertaler: Denn eine Gesellschaft, die Bestattungen einführt, ist offensichtlich nicht nur auf die alltägliche Nahrungsbeschaffung und Lebenserhaltung ausgerichtet, sondern besitzt ein Bewußtsein, daß sich mit der Endlichkeit des Daseins auseinandersetzt.¹²

2.3 Der moderne Mensch

Die Geschichte der Entwicklung des modernen Menschen, also des *Homo sapiens sapiens*, ist in der modernen Forschung sehr umstritten. Die Diskussionen bewegen sich um die Fragen, ob sich der moderne Mensch allein in Afrika entwickelt hat und dann von dort aus vor ca. 40 000 Jahren nach Europa eingewandert ist oder ob sich der moderne Mensch evolutionär an mehreren Orten entwickelt hat. Für beide Hypothesen gibt es belegende Funde, allerdings ist die Forschung bisher zu keiner eindeutigen Schlußfolgerung gekommen.¹³

Anhand der bisherigen Ausgrabungen ist festzustellen, daß sich vor ca. 40 000 Jahren ein deutlicher Wandel in den materiellen Hinterlassenschaften abzeichnet. Obwohl Menschenreste aus dieser Zeit fehlen, werden die gefundenen Artefakte dem modernen Menschen zugeschrieben. Gleichzeitig gibt es noch bis in die Zeit von vor ca. 28 000 Jahren Funde von Neandertalern, beispielsweise auf dem Balkan und auf der Iberischen Halbinsel. Es kann also davon ausgegangen werden, daß der moderne Mensch ca. 10 000 Jahre lang parallel zur Menschenform des Neandertalers lebte und Europa vor 40 000 bis vor 28 000 Jahren einem kulturellen und anthropologischen Flickenteppich glich.¹⁴

Der erste wissenschaftlich dokumentierte Fund eines Nach-Neandertalers ist der von Crô Magnon (in der Nähe von Les Eyzies, Dordogne). In ganz Europa gibt es zahlreiche weitere Fundstätten, die uns heute einen tieferen Einblick in Welt der ersten modernen Menschen vermitteln. Nicht nur die Untersuchung der Werkzeuge, sondern auch die Untersuchung der gesamten Lebenswelt wird durch die besonders aussagekräftigen Fundstellen möglich.

Unterschiedlichste Kennzeichen erhärten die Vermutung, daß die Crô Magnon Menschen hohe intellektuelle Fähigkeiten hatten und sich ebenso wie ihre Vorgänger den äußeren Umwelteinflüssen bestens angepaßt haben, aber darüber hin-

11 Vgl. ebd., S. 73–79.

12 Vgl. ebd., S. 73.

13 Vgl. ebd., S. 79f.

14 Vgl. ebd., S. 80f.

aus auch Werkzeuge erzeugt oder Lebensweisen entwickelt haben, die nicht nur dem bloßen Überleben gedient haben. Die Ausgrabungsstellen in Frankreich sind besonders berühmt für die dort gefundenen Höhlenmalereien. Die bekanntesten dieser Höhlenmalereien stammen wahrscheinlich aus der Höhle von Lascaux. Sie werden auf etwa 15 000 v. Chr. datiert.¹⁵ Unter dem Gesichtspunkt der Paläoastronomie beschäftigt sich Rappenglück mit den Höhlenmalereien von Lascaux. Insbesondere beschreibt er anhand einer Schlachtszene, daß diese Szene von verschiedenen Standpunkten aus als ein Abbild des Sternenhimmels um 14 500 gedeutet werden kann.¹⁶ Im Rückblick auf die Ergebnisse der älteren Forschung stellt Rappenglück fest, daß davon ausgegangen werden kann, daß die Crô Magnon Menschen bereits im Aurignacien (35 000 bis 26 000) bestimmte Formen der Kalenderführung¹⁷ kannten und vielleicht schon in dieser Zeit begannen, die Himmelskonstellationen aufzuzeichnen.¹⁸

Neben den Höhlenmalereien gibt es viele weitere Kunsterzeugnisse, die die Crô Magnon Menschen als kultürlische Wesen kennzeichnen. Das bekannteste Kunstobjekt aus Deutschland, dessen Alter auf etwa 30 000 Jahre geschätzt wird, ist eine Löwenmenschfigur aus Hohenstein-Stadel in Baden-Württemberg.¹⁹

Die überlieferten Kunstwerke des Jungpaläolithikum geben uns nicht nur Zeugnis von der kulturellen Auffassung des Crô Magnon Menschen, sondern sie liefern uns auch einen Eindruck seiner unmittelbaren Lebenswirklichkeit. Die Höhlenmalereien und die gefundenen Kunstwerke geben eindrücklich wieder, welche Tierwelt beispielsweise zur Sicherung der Nahrungsgrundlage zur Verfügung stand.²⁰

Interessant sind auch einige Funde, die uns etwas über die Mobilität oder vielleicht sogar den (Tausch-) Handel der Menschen im Jungpaläolithikum verraten. So wurde bei einem etwa 24 000 Jahre alten Lagerplatz bei Mainz Feuerstein entdeckt, der wahrscheinlich aus einem Abbaugbiet im Ruhrgebiet stammt und damit über mehr als 100 km transportiert worden ist. Ein weiteres Beispiel sind die am gleichen Fundort entdeckten 15 Schmuckschnecken, die aus dem 700 km entfernten Mittelmeergebiet stammen.²¹

Zusammenfassend können diese Beispiele aber nur einen rudimentären Einblick in das Leben der Menschen im Jungpaläolithikum geben, zumal sich in vielen Gebieten Mitteleuropas keine durchgängige Besiedlung nachweisen läßt.²²

15 Vgl. Rappenglück 1999, S. 43–48.

16 Vgl. ebd., S. 206–213.

17 Z. B. lunisolare Kalender, lunare Kalender oder solare Kalender.

18 Vgl. Rappenglück 1999, S. 16f.

19 Vgl. Freeden und Schnurbein, S. 82.

20 Vgl. ebd., S. 84.

21 Vgl. ebd., S. 84f.; zur Mobilität vgl. ebenfalls Rappenglück 1999, S. 219f.

22 Vgl. Freeden und Schnurbein 2002, S. 85f.

3 Funde mit mathematischer Konnotation

Aus der Steinzeit existieren zahlreiche Funde, die in den unterschiedlichsten Zusammenhängen wissenschaftlich gedeutet wurden. Wie schon für das Beispiel der Höhlenmalereien von Lascaux festgestellt, hat Rappenglück die verschiedensten Deutungsmuster unter dem Blickwinkel der Paläoastronomie neu untersucht. So gibt es ebenfalls Funde, die in der Forschung unter einer mathemathikhistorischen Perspektive diskutiert werden. Vielfach ist die zentrale Fragestellung, inwieweit bei den damaligen Menschen ein Zahlenverständnis oder eventuell sogar die Fähigkeit zur Durchführung einfachster mathematischer Operationen vorhanden war. Einige der am besten in der bisherigen Forschung beschriebenen Artefakte sollen auch im Rahmen dieser Untersuchung beschrieben werden.

Der Lebombo Knochen (Lebombo Gebirge; Südafrika/Swaziland), dessen Alter auf etwa 35 000 Jahre geschätzt wird, ist das älteste Objekt, das in einem mathematischen Zusammenhang erwähnt wird. Es ist der Wadenbeinknochen eines Pavians, auf dem 29 Einkerbungen zu erkennen sind. Leider ist dieser Knochenfund nur schlecht dokumentiert.²³

3.1 Der Wolfsknochen von Dolní Věstonice

Der Wolfsknochen von Dolní Věstonice, einer gut dokumentierten Mammutjäger-siedlung in Tschechien, wurde 1936 gefunden. Der damalige Ausgräber Karel Absolon (1877–1960) berichtete mehrfach über den Fund. Unter anderem stellte er diesen Fund in eine Reihe von Funden mit mathematischer Konnotation.²⁴ Neben dieser umfangreicheren Darstellung gibt es über diesen Fund nur wenige weitere Notizen in der Forschung.²⁵

Der 18 cm lange Radius (= Speichenknochen) eines jungen Wolfes wird auf ein Alter zwischen 30 000 und 25 000 Jahren vor unserer Zeit datiert. Diese Datierung beruht auf den C14-Analysen von Holzkohleproben aus dem Fundgebiet aus den Ausgrabungsjahren 1924 bis 1926. Genauere Analysen des Knochens sind nicht mehr möglich, da der Knochen während des Zweiten Weltkrieges zwar ausgelagert worden war, aber bei einem Brand bei Kriegsende 1945 durch Feuer stark beschädigt wurde und in zwei Teile zerbrach.²⁶

Interessant sind auch andere von Absolon beschriebene Objekte: So existieren fünf aus Löwen-Wadenbeinen geschnitzte Dolche, an denen jeweils eingeritzte Kerben zu erkennen sind. Absolon stellt fest, daß es sich bei der Anzahl der Ker-

23 Vgl. Bogoshi et al. 1987, S. 294.

24 Vgl. Absolon 1957.

25 Vgl. u. a. Jelinek 1989, S. 441; Ifrah 1987, S. 111; Bogoshi et al. 1987, S. 294.

26 Vgl. Detlefsen 1977, S. 397.

ben immer um ein Vielfaches von fünf handelt.²⁷ Allerdings stellt sich in diesem Zusammenhang die Frage, ob die Einkerbungen bei einem Gebrauchsgegenstand wie einem Dolch nicht vielleicht als Abgleitschutz gedient haben. Andere der vor-



gestellten Fundstücke, z. B. ein Löffel oder ein Amulett, erwecken den Eindruck, daß der ornamentale Charakter der Einkerbungen überwiegt und in diesen Fällen von steinzeitlicher Kunst und nicht von Zahlenverständnis gesprochen werden muß.²⁸ Insgesamt bleibt bei den meisten Objekten die Frage nach dem ornamentalen Charakter der Einkerbungen. Jelinek stellt dazu fest:

„S’agit-il seulement d’ornement ou de véritables symboles? C’est difficile à déterminer. Des groupes de traits ont été interprétés comme des signes arithmétiques ou un calendrier. Cette théorie aurait pourtant besoin d’être confirmée par l’étude approfondie d’exemples plus nombreux. Néanmoins, on ne peut nier que certaines apparences semblent la confirmer.“²⁹

Abb. 1: Der Wolfsknochen von Dolní Věstonice Im Rahmen der von Absolon präsentierten

Fundstücke bildet der Wolfsknochen allerdings eine große Ausnahme. Er gehört zu einer Reihe völlig unbearbeiteter Knochenfunde. Neben dem Wolfsknochen stellt Absolon noch ein tafelfartiges Bruchstück eines Knochens vor, auf dem zwei Zahlenreihen, eine mit fünfzehn und eine mit fünf Einkerbungen, zu erkennen sind.³⁰ Dieses Objekt und der Wolfsknochen lassen sich weder als Gebrauchsgegenstände noch als Kunstwerke deuten. Somit können die Einkerbungen als Zahlendarstellung betrachtet werden.

Auf dem Wolfsknochen sind deutlich Kerben zu erkennen, wobei von oben nach unten zuerst 30 Kerben abgezählt werden. Auffällig ist die doppelte Einkerbung in der Mitte, die den ganzen Knochen umläuft und als obere Einkerbung die dreißigste Kerbe ist und als untere Einkerbung die erste der folgenden 25 Kerben. Im oberen Teil sind also 6×5 Kerben und im unteren Teil 5×5 Kerben eingeritzt. Absolon hat diese Bündelungen, die für ihn den Anschein einer Fünferbündelung erweckt haben, für die Aufzeichnung einer Jagdbeute gehalten. Ob der Teilbarkeit der Anzahl der Markierungen durch fünf aber tatsächlich ein abstraktes Zahlen-

27 Vgl. Absolon 1957, S. 132f.

28 Vgl. ebd., S. 137f.

29 Jelinek 1989, S. 435.

30 Vgl. Absolon 1957, S. 142 und 147.

verständnis zugrunde liegt, ist zweifelhaft. Sicherlich ist die Zahl fünf durch die je fünf Finger und Zehen des Menschen eine ihm sinnvoll erscheinende Bündelungseinheit, aber auf dem Knochen ist, abgesehen von der Teilung in der Mitte, keine weitere explizite Bündelung zu erkennen.³¹ Der Gedanke, daß den Einkerbungen insgesamt ein Fünfersystem zu Grunde liegt, drängt sich durch die von Absolon ausgewählten Beispiele auf. Allerdings müßten weitere Untersuchungen klären, inwieweit diese Vermutung wirklich stichhaltig ist.

Absolon ist einer von wenigen Forschern, die den Einkerbungen an steinzeitlichen Objekten erstmals eine tiefere Bedeutung gaben, denn er sah sie nicht nur als dekorative Ornamentik oder als Einrichtungen, die der Verrauhung und dem Abgleitschutz dienten. Einige der von Absolon bezüglich der dargestellten Objekte gezogenen Schlußfolgerungen erscheinen heute vielleicht etwas gewagt und fordern zu einer erneuten Analyse heraus. So schreibt Marshack zu diesem Aufsatz:

„Karel Absolon of Czechoslovakia [...] sensed, after years of handling such scratched bones, that they were non-decorational, and he surmised that they might be arithmetic. But his assumption of a decimal system was not proved even in the examples that he gave. The Kulna bone [= Wolfsknochen; G.W.], and the many other examples I analyzed in the literature, hinted that the arithmetical patterns that Absolon thought he saw were the result of his modern arithmetical education and way of thinking and the result of suggestions he had received from anthropologists working with living primitives that do count. It was not based on analysis of the internal evidence, the markings themselves.“³²

Die Kritik Marshacks ist teilweise berechtigt, und Absolons Untersuchungsmethoden mögen den modernen Forschungsmethoden nicht unbedingt genügen, aber dennoch müssen einige Punkte der Kritik zurückgewiesen werden. Absolon hat sehr wohl die Markierungen an den Objekten studiert, und zwar nicht nur in der Literatur. Außerdem hat er darauf hingewiesen, daß das Erkennen der Einkerbungen je nach Zustand der Objekte nur mit Hilfe eines Mikroskops genau wiederzugeben ist.³³ Sein analytischer Rückbezug auf das Zahlenverständnis von urtümlich lebenden Naturvölkern ist, mit kritischer Distanz betrachtet, ein interessanter Ansatz, der in der modernen Geschichtsforschung ebenfalls benutzt wird und auf den sich auch Rappenglück bei seiner paläoastronomischen Untersuchung der Höhlenmalereien von Lascaux bezieht.³⁴

3.2 Andere europäische Knochenfunde

Der Knochen von Abri Blanchard wurde zu Beginn des 20. Jahrhunderts in der Ausgrabungsstätte von Abri Blanchard in der Dordogne (Frankreich) gefunden

31 Vgl. ebd., S. 147.

32 Marshack, 1991, S. 38.

33 Vgl. Absolon 1957, S. 131 und 138.

34 Vgl. Rappenglück 1999, S. 35f.

und wird heute im Musée des Antiquités Nationales in Saint-Germain-en-Laye nahe Paris aufbewahrt. Er wird auf das frühe Aurignacien, den Beginn des Zeitalters der Crô Magnon Menschen, und damit auf etwa 35 000 bis 30 000 Jahre v. Chr. datiert. Der Knochen enthält keine strichförmigen Einkerbungen wie bei dem Wolfsknochen. Die Einkerbungen sind punktförmig und folgen keinem erkennbaren Muster. Bei der mikroskopischen Betrachtung entdeckte Marshack, daß die Einkerbungen unterschiedliche Formen aufwiesen. Er konnte auf dem Knochen, nachdem er eine Lesrichtung festgelegt hatte, ein Schema feststellen, das er als Ablauf von Mondphasen deutete. Marshack hat auf dem Knochen 172 Kerben gezählt und interpretiert dies als einen knapp sechsmonatigen Mondkalender.³⁵

Trotz Marshacks anschaulicher Beschreibung muß die Frage gestellt werden, wie auf einem etwa 11 cm langen und 5,2 cm breiten Stück Knochen Einkerbungen unterschiedlicher Art gefertigt werden konnten, deren Unterschiede mit bloßem Auge nur schwerlich zu erkennen sind und sich fast nur unter dem Mikroskop offenbaren. Auf gleiche Art untersucht Marshack auch einen Knochen von Abri Lartet, der 1865 bei Gorge d'Enfer in der Dordogne (Frankreich) gefunden wurde: Sein Alter wird auf ungefähr 32 000 Jahre v. Chr. geschätzt. Auch hier finden sich zahlreiche punktförmige Einkerbungen, die von Marshack als Darstellung eines elfmonatigen Mondkalenders interpretiert werden.³⁶ Die Möglichkeit, daß die damaligen Menschen mit Werkzeugen unterschiedlicher Art verschiedenartige Einkerbungen erzeugt haben, soll nicht bezweifelt werden. Daß sie dies aber bewußt getan haben, um die Mondphasen zu beschreiben, obwohl die Ablesbarkeit auf so kleinen Knochenstücken ohne Mikroskop schwierig ist, läßt Zweifel an Marshacks Deutung aufkommen.

3.3 Der Ishango Knochen

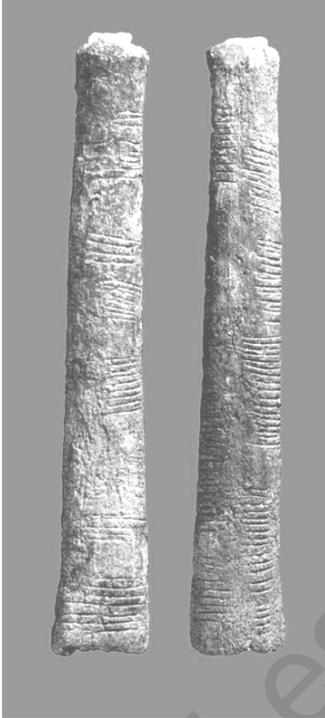
Wenn auch nicht der älteste, so doch sicherlich der in der Geschichte der Mathematik bekannteste Fund eines steinzeitlichen Artefakts mit mathematischer Konnotation ist der Ishango Knochen. Er wurde 1950 von Jean de Heinzelin de Braucourt (1920–1998) im Gebiet um den Lake Edward im heutigen Zaire an der Grenze zu Uganda gefunden.³⁷ Der Knochen ist heute im Muséum des Sciences Naturelles in Brüssel ausgestellt, und sein Alter wird mit 20 000 Jahren angenommen. Da die C14-Methode aufgrund der vulkanischen Aktivitäten in der Umgebung der Fundstelle als fehlerhaft eingeschätzt wurde, nahm man lange an, daß der

35 Vgl. Marshack 1991, S. 43–49.

36 Vgl. ebd., S. 50–56. Zudem geht Marshack auf den Isturitz Bâton (Isturitz/Südfrankreich, ~ 20000 Jahre v. Chr.) ein, dessen Einkerbungen er als einen vier- und einen fünfmonatigen Mondkalender deutet (vgl. Marshack 1991, S. 106–108).

37 Vgl. Heinzelin 1957, S. 64.

Ishango-Knochen auf etwa 9000 v. Chr. datiert werden kann.³⁸ Die neusten Untersuchungen haben allerdings ergeben, daß die Ishango-Kultur 20 000 v. Chr. existiert hat und der Knochen aus dieser Zeit stammt.³⁹



Die Ansichten der Wissenschaftler über die Bedeutung der eingeritzten Markierungen gehen auseinander. Auffällig sind die Einkerbungen der einzelnen Spalten. Die Folge 3, 6, 4, 8 führte de Heinzelin zu der Schlußfolgerung, daß es sich um eine Multiplikation mit dem Faktor 2 handelt. Die Fortsetzung der Reihe durch 10 und 5 stellt dabei keinen Widerspruch dar. Als Zahlenbasis gibt de Heinzelin 2 und 10 an. Die Markierungen der linken und der rechten Seite stellen jeweils nur ungerade Zahlen dar, wobei die linke Spalte sogar nur Primzahlen enthält. Die Kerben der einzelnen Spalten lassen sich zu 60, bzw. zu 48 addieren, wobei beide Zahlen durch 12 teilbar sind. Hieraus wird oft geschlossen, daß damit die Kenntnis von Multiplikation und Division nachgewiesen werden kann und der Ishango Knochen insgesamt ein Werkzeug zur Durchführung einfacher mathematischer Prozesse war.⁴⁰ Dieser Rechenstab-Hypothese schließen sich Pletser und Huylebrouck an, die den Ishango-Knochen allerdings als „the missing base 12 link“ betrachten.⁴¹

Auf der anderen Seite wird der Knochen in einem astronomischen Zusammenhang interpretiert. Marshack deutet ihn als einen sechsmonatigen

Mondkalender, wobei er die Abweichungen auf verschiedene Arten zu erklären versucht. Geht man nämlich von einem 29,5tägigen Mondzyklus aus, dürften zwei lunare Monate 59 Tage umfassen. Die Angabe von 60 Tagen erklärt Marshack mit der Schwierigkeit, den Vollmond oder den Neumond und damit auch den Beginn und das Ende einer Mondphase auf den Tag genau zu erkennen. Anhand der verschiedenartigen Einkerbungen weist Marshack die unterschiedlichen Zyklusphasen nach und legt eine Lesrichtung des Knochens fest, die mit der linken Spalte

38 Vgl. ebd., S. 17–19; Heinzelin 1962, S. 106.

39 Vgl. Brooks und Smith 1987, S. 74.

40 Vgl. Heinzelin 1957, S. 66–71.

41 Pletser und Huylebrouck 1999, S. 342.

(19, 17, 13, 11) beginnt, dann zur rechten Spalte (11, 21, 19, 9) übergeht und schließlich mit der mittleren Spalte (7, 5, 5, 10, 8, 4, 6, 3) endet, die keinen vollständigen Zyklus mehr repräsentiert. Eine Erklärung für diesen Aufbau findet der

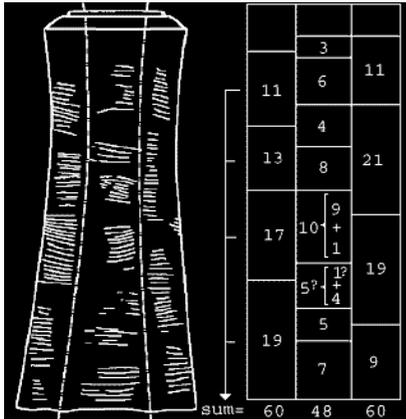


Abb. 3: Vereinfachte Zeichnung des Ishango-Knochens

Europas betrachtet werden, denn zweifelsfrei wurden die Nächte mit Vollmond oder Neumond abgezählt. Wie allerdings dargestellt, lassen sich Marshacks Hypothesen vielfach anzweifeln und sind auch in der Forschung nicht unumstritten. Somit wird in der Forschung der Lebombo Knochen als das älteste mathematische Artefakt der Welt und der Wolfsknochen von Dolní Věstonice als das älteste Objekt mit mathematischem Hintergrund in Europa betrachtet. Um diese älteste Zahldarstellung Europas zu würdigen, präsentiert das „Mathematikum“ in Gießen seit 2006 einen Gipsabdruck des Wolfsknochens in seiner ständigen Ausstellung. Vielleicht ist dies die Gelegenheit, die älteste Zahldarstellung Europas dem besonders bekannten – wenn auch jüngeren – Ishango-Knochen gleichzustellen.

Literatur

- [Absolon 1957] Absolon, Karel: *Dokumente und Beweise der Fähigkeit des fossilen Menschen zu zählen im mährischen Paläolithikum*, in: *Artibus Asiae* 20 2/3 (1957), S. 123–150
- [Beutelspacher 2003] Beutelspacher, Albrecht (Hrsg.): *Mathematik zum Anfassen: 50 mathematische Experimente*, Gießen 2003
- [Beutelspacher o. J.] Beutelspacher, Albrecht: *Schulungsunterlagen*, Gießen o. J.
- [Bogoshi et. al. 1987] Bogoshi, Jonas; Naidoo, Kevin; Webb, John: *The oldest mathematical artefact*, in: *The Mathematical Gazette* 71 (1987), S. 294

42 Vgl. Marshack 1991, S. 27–32.

- [Brooks und Smith 1987] Brooks, Alison S. und Smith, Catherine C.: *Ishango revisited: new age determinations and cultural interpretations*, in: *The African Archaeological Review* 5 (1987), S. 65–78
- [Detlefsen 1977] Detlefsen, Max: *Kerbknochen und Kerbhölzer*, in: *Wissenschaft und Fortschritt* 27 (1977), S. 396f.
- [Freeden und Schnurbein 2002] Freeden, Uta von und Schnurbein, Siegm. von (Hrsg.): *Spuren der Jahrtausende. Archäologie und Geschichte in Deutschland*, Frankfurt a. M. und Stuttgart 2002
- [Heinzelin 1962] Heinzelin de Braucourt, Jean de: *Ishango*, in: *Scientific American* 206,6 (1962), S. 105–116
- [Heinzelin 1957] Heinzelin de Braucourt, Jean de: *Le fossé tectonique sous le parallèle d'Ishango*, in: Heinzelin de Braucourt, Jean de (Hrsg.): *Exploration du Parc National Albert, Fascicule 2*, Bruxelles 1957
- [Ifrah 1987] Ifrah, Georges: *Universalgeschichte der Zahlen*, übers. von Alexander von Platen, 2. durchges. u. erw. Aufl., Frankfurt a. M. und New York 1987
- [Jelinek 1989] Jelinek, Jan: *Encyclopédie illustrée de l'homme préhistorique*, aus dem Tschechischen übers. v. Christine Cathaly, 3. Aufl., Paris 1989
- [Marshack 1991] Marshack, Alexander: *The Roots of Civilisation. The cognitive beginnings of man's first art, symbol and notation*, 2. überarb. u. erw. Aufl., Mt. Kisco 1991
- [Pletser und Huylebrouck 1999] Pletser, Vladimir und Huylebrouck, Dirk: *The Ishango Artefact: the Missing Base 12 Link*, in: *Forma* 14,4 (1999), S. 339–346
- [Rappenglück 1999] Rappenglück, Michael A.: *Eine Himmelskarte aus der Eiszeit? Ein Beitrag zur Urgeschichte der Himmelskunde und zur paläoastronomischen Methodik*, Frankfurt am Main et. al. 1999, zugl.: München, Univ., Diss. 1998
- [Semaw 2006] Semaw, Sileshi: *Press Release on a New Hominid Cranium from Gona, Afar, Ethiopia*, http://www.stoneageinstitute.org/news/gawis_hominid.shtml, last update 24.03.2006, Zugriff am 12.04.2006

Abbildungsnachweise

Abb. 1: Abdruck mit freundlicher Genehmigung des Moravské Zemské Muzeum, Pavilon Anthropos, Brno (Czech Republic)

Abb. 2 und 3: Abdruck mit freundlicher Genehmigung des Museum of Natural Sciences, Brussels (Belgium)